

ÖZET

Doğruluk değeri göreceli olan kavramların matematiksel olarak modelleme girişimleri belirsizlik içeren problemlere ilgiyi artırmıştır. Bu problemlerin modellenmesi ve çözümü için, aralık matematiği, olasılık teorisi, bulanık kümeler teorisi, yaklaşımlı kümeler teorisi, esnek kümeler teorisi gibi farklı teoriler geliştirildi. Bu teoriler arasında en ilgi çekicilerden birisi, bulanık kümeler teorisidir. Bir bulanık küme onun üyelik fonksiyonu yoluyla tanımlanabilir. Her bir özel durumda üyelik fonksiyonu kurulduğu için son derece bireyseldir. Bu nedenle, üyelik fonksiyonu inşasından bağımsız bir küme teorisine ihtiyaç duyulmuştur.

Bu ihtiyacı karşılamak ve belirsizliklerle başa çıkmak amacıyla günümüzde esnek küme teorisi, bir matematiksel araç olarak kullanılmaktadır. Esnek küme teorisi, bulanık küme ve sezgisel bulanık küme teorilerinin aksine reel değerli bir fonksiyon yerine bir seçim dönüşümü ile belirsizliği ortadan kaldırmayı amaçlamaktadır. Sürekli diferansiyellenebilir fonksiyonlar, oyun teorisi, yöneylem araştırması, Riemann integrali, Peron integrali, olasılık teorisi, ölçüm teorisi gibi birçok matematik alanına esnek küme teorisi başarıyla uygulanmıştır. Yakın geçmişte esnek küme üzerine grup, halka ve cisim gibi bir çok cebirsel yapı ve vektör, norm, metrik ve topolojik gibi uzaysal yapılar başarıyla kurulmuş ve oldukça ilgi çekici sonuçlar elde edilmiştir. Bu yöndeki çalışmalar hızla devam etmektedir.

Bu projede, Esnek Banach uzaylarında esnek koni kavramı tanımlanmakta ve esnek kümeler üzerine, esnek eleman yardımıyla esnek koni metrik yapısı kurulmaktadır. Esnek koni metrik uzaylar ile klasik koni metrik uzaylar arasındaki ilişkiler ispatlanmakta ve örnekler verilmektedir. Esnek koni metrik uzaylarda esnek açık ve esnek kapalı yuvarlar, esnek açık kümeler tanımlanmakta ve temel özellikleri verilmektedir. Hangi şartlar altında esnek açık kümelerin elemanter esnek birleşimin ve elemanter esnek kesişiminin açık olduğu ispatlanmakta ve bir esnek koni metrik uzayların elemanter işlemler altında esnek topolojik uzay olduğu gösterilmektedir. Anı zamanda esnek koni metrik uzaylarda dizilerin yakınsaması ve Cauchy dizileri kavramlar ve özellikleri verilmekte, esnek dizisel kapalılık ve esnek total sınırlılık gibi metrik özellikler ispatlanmaktadır. Bunların yanı sıra esnek koni metrik uzayda kompaktlık, dizisel kompaktlık ve birinci sayılabilirlik gibi topolojik özellikleri

incelenmektedir. Son olarak esnek koni metrik uzaylarda bazı önemli sabit nokta teoremleri esnek eleman üzerinden ifade ve ispat edilmektedir.

Bu Proje kapsamında elde edilen sonuçlar, bu konulardaki çalışmalara kaynak teşkil edecek ve ileri çalışmalara ışık tutacak niteliktedir.

Anahtar Kelimeler: Esnek küme, esnek eleman, elemanter esnek işlemler, esnek koni metrik, yakınsama, tamlık, kompaktlık, dizisel kompaktlık, sabit nokta teoremleri.