

ÖZET

Matematiğin bir çok alanlarında: yaklaşım teorisi, ekstremal ve ortogonal polinomlar teorisi, özel fonksiyonlar teorisi ve daha bir çok alanlarda geniş uygulamalara sahip olan Faber polinomları, günümüzde ayrı bir bağımsız araştırma dalı olarak matematikçilerin ilgi odağındadır. Bu polinomlarla ilgili; onların normlarının değerlendirilmesi, sıfır yerlerinin belirlenmesi, ilgili Faber operatörünün sınırlılığının ve dolayısıyla, Faber kümelerinin varlığının incelenmesi gibi yeni problemler son yıllarda çok geniş kapsamda araştırma konuları olmuşlardır ve de olmaya devam etmektedirler.

Bu bağlamda, bu projede aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1. $\sum_{j=1}^n |F_j(z_0)| = 0 < |F_{n+1}(z_0)|$ koşulunu sağlayan $\Psi \in \Sigma$ fonksiyonlar kümesi elde edilmiştir. Aynı zamanda, aşağıdaki özelliği taşıyan Ψ fonksiyonlar kümesi de belirlenmiştir: bu fonksiyon için Faber polinomlar dizisinin $\{F_j\}_{j=0}^m$ parçası Taylor polinomları dizisinin $\{(z - \alpha_0)^k\}_{k=0}^m$ parçası ile üst-üste düşüyor, fakat Faber polinomlar dizisinin $\{F_j\}_{j=m+1}^n$, $m < n - 1$, parçası, sabit katsayılı üçterimli rekurent ifadeyi sağlayan cebirsel polinomların uygun parçası ile üst-üste düşüyor.

2. $|F_n(z_0)| > 0 = \sum_{j=1, j \neq n}^{\infty} |F_j(z_0)|$ özelliğini taşıyan Faber polinomları doğurması için Ψ fonksiyonu için kriter verilmiştir. Özel halde, gösterilmiştir ki, F_2 polinomundan başlayarak $\mathcal{F}(\Psi)$ polinomları ortak z_0 köküne sahip olan tek fonksiyon $\Psi \in \Sigma$ $\Psi(w) = z_0 + w \exp((\alpha_0 - z_0)/w)$ şeklindedir.

3. $\Psi(w) = z_0 + w \exp\left(\frac{\lambda}{nw^n}\right)$, $n \in \mathbb{N}$, fonksiyonu için Faber polinomlarının açık ifadesi ve de onların bazı özellikleri verilmiştir.

4. Faber polinomları ve operatörü için kesin değerlendirmeler elde edilmiştir. Faber operatörü normunun 1 neya 3 olmasına karşılık gelen bütün kontinumlar gösterilmiştir.

5. Faber polinomlarının bir kaç kombinatör özdeşliklerin ispatlarına uygulaması verilmiştir. Karşılıklı ters konform dönüşümlerin Faber polinomlarının katsayıları karşılıklı terslenebilir ifadeler oluşturduğu gösterilmiştir. Faber polinomları katsayıları ile aynı konform dönüşümün Laurent açılımı katsayıları arasında bağıntıyı gösteren iki özdeşlik elde edilmiştir. Uygulama olarak 4 örnek verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Faber polinomları, Faber operatörü, yalınkat fonksiyonlar, konform dönüşümler, operatör normu.